OCL2MSFOL. Definitions

Carolina Dania and Manuel Clavel

April 12, 2016

1 The mapping $\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}$, $\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}$, $\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}$, $\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}$

Let *expr*, $expr_1$, $expr_2$, and *src* be expressions of the appropriate type.

1.1 Boolean expressions

oclIsUndefined-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr.\mathsf{oclIsUndefined()}) =$
$\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr.\mathsf{oclIsUndefined()}) =$
$\quad \neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr)).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr.\mathsf{oclIsUndefined()}) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr.\mathsf{oclIsUndefined()}) = \bot.$

oclIsInvalid-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr.\mathsf{oclIsInvalid()}) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr.\mathsf{oclIsInvalid()}) = \neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr)).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr.\mathsf{oclIsInvalid()}) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr.\mathsf{oclIsInvalid()}) = \bot.$

oclIsTypeOf-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr.\mathsf{oclIsTypeOf}(c)) =$
$\quad \mathrm{OclIsTypeOf}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr), c).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr.\mathsf{oclIsTypeOf}(c)) =$
$\quad \neg(\mathrm{OclIsTypeOf}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr), c)).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr.\mathsf{oclIsTypeOf}(c)) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr.\mathsf{oclIsTypeOf}(c)) = \bot.$

oclIsKindOf-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr.\mathsf{oclIsKindOf}(c)) =$
$\quad \mathrm{OclIsKindOf}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr), c).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr.\mathsf{oclIsKindOf}(c)) =$
$\quad \neg(\mathrm{OclIsKindOf}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr), c)).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr.\mathsf{oclIsKindOf}(c)) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr.\mathsf{oclIsKindOf}(c)) = \bot.$

equality-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_1 = expr_2) =$
$\quad (\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2)) \vee$
$\quad (\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2)$
$\qquad \wedge \neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1)$
$\qquad\quad \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2))).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_1 = expr_2) =$
$\quad (\neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2))$
$\qquad \wedge \neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1)$
$\qquad\quad \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2))).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1{=}expr_2) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1{=}expr_2) =$
$\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2)$
$\quad \vee (\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2))$
$\quad \vee (\neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2)).$

inequality-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_1 <> expr_2) =$
$\quad (\neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2))$
$\qquad \wedge \neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1)$
$\qquad\quad \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2))).$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_1 <> expr_2) = (\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2)) \vee (\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2) \wedge \neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2))).$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1 <> expr_2) = \bot.$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1 <> expr_2) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2) \vee (\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2)) \vee (\neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2)).$$

not-expressions:

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(\mathsf{not}(expr)) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr).$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(\mathsf{not}(expr)) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr).$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(\mathsf{not}(expr)) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr).$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(\mathsf{not}(expr)) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr).$$

and-expressions:

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}((expr_1 \ \mathsf{and}\ expr_2)) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_1) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_2).$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}((expr_1 \ \mathsf{and}\ expr_2)) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_2).$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1 \ \mathsf{and}\ expr_2) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2) \vee (\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_2)) \vee (\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_1) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2)).$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1 \ \mathsf{and}\ expr_2) = (\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \wedge (\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_2) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2))) \vee (\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2) \wedge (\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1))).$$

or-expressions:

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}((expr_1 \ \mathsf{or}\ expr_2)) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_2).$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}((expr_1 \ \mathsf{or}\ expr_2)) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_1) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_2).$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1 \ \mathsf{or}\ expr_2) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2) \vee (\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_2)) \vee (\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_1) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2)).$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1 \ \mathsf{or}\ expr_2) = (\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \wedge (\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_2) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2))) \vee (\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2) \wedge (\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1))).$$

implies-expressions:

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}((expr_1 \ \mathsf{implies}\ expr_2)) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_2).$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}((expr_1 \ \mathsf{implies}\ expr_2)) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_1) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_2).$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1 \ \mathsf{implies}\ expr_2) = (\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \wedge (\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_2) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_2))) \vee (\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2) \wedge (\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_1))).$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1 \ \mathsf{implies}\ expr_2) = (\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \ \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1)).$$

isEmpty-expressions:

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr{-}{>}\mathsf{isEmpty}()) = \forall(x)(\neg(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr), \mathrm{fVars}(expr), x)) \wedge\neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr))).$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr{-}{>}\mathsf{isEmpty}()) = \exists(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr), \mathrm{fVars}(expr), x)) \wedge \neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr)).$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr{-}{>}\mathsf{isEmpty}()) = \bot.$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr{-}{>}\mathsf{isEmpty}()) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr).$$

notEmpty-expressions:

$$\begin{aligned}&\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr{->}\mathsf{notEmpty}()) =\\ &\quad \exists(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr), \mathrm{fVars}(expr), x))\\ &\qquad \wedge\ \neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr)).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr{->}\mathsf{notEmpty}()) =\\ &\quad \forall(x)(\neg(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr), \mathrm{fVars}(expr), x))\\ &\qquad \wedge\ \neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr)).\end{aligned}$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr{->}\mathsf{notEmpty}()) = \bot.$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr{->}\mathsf{notEmpty}()) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr).$$

forAll-expressions:

$$\begin{aligned}&\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(src{->}\mathsf{forall}(x \mid body)) =\\ &\quad \forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x)\\ &\qquad \Rightarrow \mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(body))\\ &\qquad \wedge\neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src)).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(src{->}\mathsf{forall}(x \mid body)) =\\ &\quad \exists(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x)\\ &\qquad \wedge\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(body))\\ &\qquad \wedge\neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src)).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(src{->}\mathsf{forAll}(x \mid body)) =\\ &\quad \neg\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src)\\ &\quad \wedge\ \exists(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x)\\ &\qquad \wedge\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(body))\\ &\quad \wedge\ \forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x)\\ &\qquad \Rightarrow (\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(body) \vee\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(body).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src{->}\mathsf{forAll}(x \mid body), \vec{v}) =\\ &\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src, \vec{v})\\ &\quad \vee\ \exists(x)([src]^{\flat}(\vec{v}, x) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(body[\mathsf{x} \mapsto x], \vec{v}))\\ &\quad \wedge\ \forall(x)([src]^{\flat}(\vec{v}, x)\\ &\qquad \Rightarrow (\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(body[\mathsf{x} \mapsto x], \vec{v})\\ &\qquad\quad \vee\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(body[\mathsf{x} \mapsto x], \vec{v})\\ &\qquad\quad \vee\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(body[\mathsf{x} \mapsto x], \vec{v}))).\end{aligned}$$

exists-expressions:

$$\begin{aligned}&\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(src{->}\mathsf{exists}(x \mid body)) =\\ &\quad \exists(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x)\\ &\qquad \wedge\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(body))\\ &\qquad \wedge\neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src)).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(src{->}\mathsf{exists}(x \mid body)) =\\ &\quad \forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x)\\ &\qquad \Rightarrow \mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(body))\\ &\qquad \wedge\neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src)).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(src{->}\mathsf{exists}(x \mid body)) =\\ &\quad \neg\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src)\\ &\quad \wedge\ \exists(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x)\\ &\qquad \wedge\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(body))\\ &\quad \wedge\ \forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x)\\ &\qquad \Rightarrow (\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(body) \vee\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(body).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src{->}\mathsf{exists}(x \mid body)) =\\ &\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src)\\ &\quad \vee\ \exists(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x)\\ &\qquad \wedge\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(body))\\ &\quad \wedge\ \forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x)\\ &\qquad \Rightarrow (\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(body)\\ &\qquad\quad \vee\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(body) \vee\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(body))).\end{aligned}$$

excludes-expressions:

$$\begin{aligned}&\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_1{->}\mathsf{excludes}(expr_2)) =\\ &\quad \forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x)\\ &\qquad \Rightarrow\ x \neq \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), []))\\ &\qquad \wedge\ \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_1{->}\mathsf{excludes}(expr_2)) =\\ &\quad \exists(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x)\\ &\qquad \wedge\ x = \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), []))\\ &\qquad \wedge\ \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2).\end{aligned}$$

$$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1{->}\mathsf{excludes}(expr_2)) = \bot.$$

$$\begin{aligned}&\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1{->}\mathsf{excludes}(expr_2))) =\\ &\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2).\end{aligned}$$

includes-expressions:

$$\begin{aligned}&\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_1{->}\mathsf{includes}(expr_2)) =\\ &\quad \exists(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x)\\ &\qquad \wedge\ x = \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), []))\\ &\qquad \wedge\ \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_1{->}\mathsf{includes}(expr_2)) =\\ &\quad \forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x)\\ &\qquad \Rightarrow\ x \neq \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), []))\\ &\qquad \wedge\ \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2).\end{aligned}$$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1{->}\mathsf{includes}(expr_2)) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1{->}\mathsf{includes}(expr_2)) =$
$\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2).$

=-expressions (between sets):

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}((expr_1 = expr_2)) =$
$\quad \forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x)$
$\qquad \Leftrightarrow \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), x))$
$\quad \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}((expr_1 = expr_2)) =$
$\quad \exists(x)((\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x)$
$\qquad \wedge \neg(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), x)))$
$\qquad \vee (\neg(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x)$
$\qquad\quad \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), x))))$
$\quad \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2)).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}((expr_1 = expr_2)) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}((expr_1 = expr_2)) =$
$\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2).$

<>-expressions (between sets):

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}((expr_1 <> expr_2)) =$
$\quad \exists(x)((\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x)$
$\qquad \wedge \neg(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), x)))$
$\qquad \vee (\neg(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x)$
$\qquad\quad \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), x))))$
$\quad \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2)).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}((expr_1 <> expr_2)) =$
$\quad \forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x)$
$\qquad \Leftrightarrow \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), x))$
$\quad \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}((expr_1 <> expr_2)) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}((expr_1 <> expr_2)) =$
$\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2).$

includesAll-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_1{->}\mathsf{includesAll}(expr_2)) =$
$\quad \forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), x)$
$\qquad \Rightarrow \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x))$
$\quad \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_1{->}\mathsf{includesAll}(expr_2)) =$
$\quad \exists(x)(\mathrm{App}([expr_2]^\flat, \mathrm{fVars}(expr_2), x)$
$\qquad \wedge \neg(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x)))$
$\quad \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1{->}\mathsf{includesAll}(expr_2)) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1{->}\mathsf{includesAll}(expr_2)) =$
$\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2).$

excludesAll-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(expr_1{->}\mathsf{excludesAll}(expr_2)) =$
$\quad \forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), x)$
$\qquad \Rightarrow \neg(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x)))$
$\quad \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(expr_1{->}\mathsf{excludesAll}(expr_2)) =$
$\quad \exists(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), x)$
$\qquad \wedge \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x))$
$\quad \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \wedge \neg\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1{->}\mathsf{excludesAll}(expr_2)) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1{->}\mathsf{excludesAll}(expr_2)) =$
$\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2).$

oclIsUndefined-expressions (over sets):

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(src{->}\mathsf{oclIsUndefined}()) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(src{->}\mathsf{oclIsUndefined}()) = \top.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr{->}\mathsf{oclIsUndefined}()) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr{->}\mathsf{oclIsUndefined}()) = \bot.$

oclIsInvalid-expressions (over sets):

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(src{->}\mathsf{oclIsInvalid}()) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(src{->}\mathsf{oclIsInvalid}()) = \neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src)).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr{->}\mathsf{oclIsInvalid}()) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr{->}\mathsf{oclIsInvalid}()) = \bot.$

1.2 Non-boolean expressions

integer-expressions (literals):

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(i) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(i) = \bot.$

variable-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(v_t) = (v_t = \mathrm{null}_t).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(v_t) = (v_t = \mathrm{inval}_t).$

--expressions (unary):

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(\text{-}(expr)) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(\text{-}(expr)) =$
$\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr).$

***op* ∈ {+, -, *, div, concat, indexOf, at} -expressions:** For $op \in \{+, \text{-}, \text{*}, \mathsf{div}\}$,

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1\ op\ expr_2, \vec{v}) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr\ op\ expr', \vec{v}) =$
$\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1, \vec{v}) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1, \vec{v})$
$\quad\quad \vee\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2, \vec{v}) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2, \vec{v}).$

size-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr.\mathsf{size}(), \vec{v}) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr.\mathsf{size}(), \vec{v}) =$
$\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr, \vec{v}) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr).$

substring-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1.\mathsf{substring}(expr_2, expr_3)), \vec{v}) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr.\mathsf{substring}(expr', expr''), \vec{v}) =$
$\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1, \vec{v}) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1, \vec{v})$
$\quad\quad \vee\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2, \vec{v}) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2, \vec{v})$
$\quad\quad \vee\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_3, \vec{v}) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_3, \vec{v}).$

allInstances-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(c.\mathsf{allInstances}()) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(c.\mathsf{allInstances}()) = \bot.$

attribute-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr.at) = (\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr.at) = \mathrm{nullOf}(t).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr.at) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr).$

association-end-expressions (arity 0..1):

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr.as) = (\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr.as) = \mathrm{nullOf}(t)).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr.as) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr.as()) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr.as()) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(exp) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(exp).$

max-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(src\text{->}\mathsf{max}()) =$
$\quad (\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{max}()), \mathrm{fVars}(src), [])$
$\quad\quad = \mathrm{nullOf}(\mathsf{Integer})).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src\text{->}\mathsf{max}()) =$
$\quad (\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{max}()), \mathrm{fVars}(src), [])$
$\quad\quad = \mathrm{invalOf}(\mathsf{Integer})).$

min-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(src\text{->}\mathsf{min}()) =$
$\quad (\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{min}()), \mathrm{fVars}(src), [])$
$\quad\quad = \mathrm{null}(\mathsf{Integer})).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src\text{->}\mathsf{min}()) =$
$\quad (\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{min}()), \mathrm{fVars}(src), [])$
$\quad\quad = \mathrm{inval}(\mathsf{Integer})).$

any-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(src\text{->}\mathsf{any}(x_t|body)) =$
$\quad (\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{any}(x_t|body)), \mathrm{fVars}(src), x_t)$
$\quad\quad = \mathrm{null}(t)).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src\text{->}\mathsf{any}(x_t|body)) =$
$\quad (\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{any}(x_t|body)), \mathrm{fVars}(src), x_t)$
$\quad\quad = \mathrm{inval}(t)).$

***op* ∈ {select, reject}-expressions:**

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(src\text{->}\ op(p \mid body)) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src\text{->}\ op(p \mid body)) = \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src).$

$op \in$ **{including, excluding, union}-expressions:**

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1)\text{->}\ op(expr_2) =$
$\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(expr_2).$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1)\text{->}\ op(expr_2) =$
$\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_1) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(expr_2).$

collect-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{null}}(src\text{->}\ \mathsf{collect(x|}body\mathsf{)}) = \bot.$

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src\text{->}\ \mathsf{collect(x|}body\mathsf{)}) =$
$\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src) \vee$
$\quad \exists(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(body)).$

2 The mapping $\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}$

integer-expressions (literals):

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(i) = i.$

variable-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(v_t) = v_t.$

allInstances-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(c.\mathsf{allInstances()}) = [c]^\flat.$

association-end-expressions (multiplicity 0..1 or 1):

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr.as) = as(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr), as).$

attribute-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr.at) = at(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr), at).$

$it \in$ **{select, reject, collect}-expressions:**

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}it(x|body)) = [src\text{->}it(x|body)]^\flat.$

$op \in$ **{including, excluding, union, intersection,** *set-difference*, **symmetricDifference}-expressions:**

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1\text{->}op(expr_2)) = [src\text{->}op()]^\flat.$

$op \in$ **{max, min}-expressions:**

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}op()) = [src\text{->}op()]^\sharp.$

any-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{any(}x|body\mathsf{)}) = [src\text{->}\mathsf{any(}x|body\mathsf{)}]^\sharp.$

--expressions (unary):

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(\text{-}(expr)) = -(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr)).$

$op \in$ **{+, -, *, div}-expressions:**

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1\ op\ expr_2) =$
$\quad \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1)\ op\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2).$

$op \in$ **{+, concat}-expressions:**

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1\ op\ expr_2) =$
$\quad \mathrm{str.concat}\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1)\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2).$

$op \in$ **{size}-expressions:**

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr\text{->}\ \mathsf{size()}) =$
$\quad \mathrm{str.len}\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1)\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2).$

$op \in$ **{at}-expressions:**

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1.\mathsf{at(}expr_2\mathsf{)}) =$
$\quad \mathrm{str.at}\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1)\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2).$

$op \in$ **{indexOf}-expressions:**

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1\ op\ expr_2) =$
$\quad \mathrm{str.indexOf}\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1)\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2)\ 0.$

substring-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1.\mathsf{substring(}expr_2, expr_3\mathsf{)}) =$
$\quad \mathrm{str.substr}\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1)\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2)$
$\quad (\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2 + \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_3)).$

2.1 The mapping $\mathrm{o2f}_{\mathrm{def}}$

integer-expressions (literals):

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(i) = \emptyset.$

variable-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(v_t) = \emptyset.$

allInstances-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(c.\mathsf{allInstances}()) =$
$\{\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_c}}(c.\mathsf{allInstances}())\}.$

attribute-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(expr.at()) =$
$\{\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_o}}(expr.at())\} \cup \mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(expr).$

association-end-expressions (multiplicity 0..1 or 1):

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(expr.as()) =$
$\{\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_o}}(expr.as())\} \cup \mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(expr).$

association-end-expressions (multiplicity *):

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(expr.as()) =$
$\{\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_c}}(expr.as())\} \cup \mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(expr).$

$op \in$ **{select, reject}-expressions:**

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(src{->}\ op(p \mid body)) =$
$\{\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_c}}(src{->}\ op(p \mid body))\}$
$\cup\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(src) \cup \mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(body).$

$op \in$ **{including, excluding, union}-expressions:**

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(expr_1){->}\ op(expr_2) =$
$\{\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_c}}(expr_1){->}\ op(expr_2))\}$
$\cup\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(expr_1) \cup \mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(expr_2).$

$op \in$ **{max, min, any}-expressions:**

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(src{->}\ op()) =$
$\{\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_c}}(src{->}\ op())\} \cup \mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(src).$

$op \in$ {all the others}**-expressions:**

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(op(expr_1, \ldots, expr_n)) =$
$\bigcup_{i=1}^{n} \mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn}}(expr_i).$

2.2 The mapping $\mathrm{o2f}_{\mathrm{def\_c}}$

allInstances-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{def\_c}}(c.\mathsf{allInstances}()) =$
$\{\forall(x)(\mathrm{App}([c]^\flat, \emptyset, x) \Longleftrightarrow (\bigvee_{s \preceq c}(s(x))))\}.$

association-end-expressions (multiplicity *):

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_c}}(expr.as()) =$
$\{\forall(Y)\forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr.as()), Y, x)$
$\Longleftrightarrow\ as(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr), x))\}.$

where $Y = \mathrm{fVars}(expr)$ and $x \notin Y$.

select-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_c}}(src{->}\mathsf{select}(x \mid body)) =$
$\{\forall(Y)\forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src{->}\mathsf{select}(x \mid body)), Y, x)$
$\Longleftrightarrow$
$(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(body)))\}.$

where $Y = \mathrm{fVars}(src{->}\mathsf{select}(x \mid body))$.

reject-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_c}}(src{->}\mathsf{reject}(x \mid body)) =$
$\{\forall(Y)\forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src{->}\mathsf{reject}(x \mid body)), Y, x)$
$\Longleftrightarrow$
$(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{false}}(body)))\}.$

where $Y = \mathrm{fVars}(src{->}\mathsf{reject}(x \mid body))$.

including-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_c}}(src{->}\mathsf{including}(expr)) =$
$\{\forall(Y)\forall(x)(\mathrm{App}([src{->}\mathsf{including}(expr)]^\flat, Y, x)$
$\Longleftrightarrow$
$(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x) \vee \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr) = x))\}.$

where $Y = \mathrm{fVars}(src{->}\mathsf{including}(expr))$.

excluding-expressions:

$\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_c}}(src{->}\mathsf{excluding}(expr)) =$
$\{\forall(Y)\forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src{->}\mathsf{excluding}(expr)), Y, x)$
$\Longleftrightarrow$
$(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x) \wedge \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr) \neq x))\}.$

where $Y = \mathrm{fVars}(src{->}\mathsf{excluding}(expr))$.

union-expressions:

$$\begin{array}{l}\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_c}}(expr_1\text{->}\mathsf{union}(expr_2)) = \\ \{\forall(Y)\forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1\text{->}\mathsf{union}(expr_2)), Y, x) \\ \quad \Longleftrightarrow \\ \quad (\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x) \\ \qquad \vee\ \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), x)))\}.\end{array}$$

where $Y = \mathrm{fVars}(expr_1\text{->}\mathsf{union}(expr_2))$.

intersection-expressions:

$$\begin{array}{l}\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_c}}(expr_1\text{->}\mathsf{intersection}(expr_2)) = \\ \{\forall(Y)\forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1\text{->}\mathsf{inter-} \\ \qquad \mathsf{section}(expr_2)), Y, x) \\ \quad \Longleftrightarrow \\ \quad (\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x) \\ \qquad \wedge\ \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), x)))\}.\end{array}$$

where $Y = \mathrm{fVars}(expr_1\text{->}\mathsf{intersection}(expr_2))$.

set-difference-expressions:

$$\begin{array}{l}\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_c}}(expr_1\text{->-}(expr_2)) = \\ \{\forall(Y)\forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1\text{->-}(expr_2)), Y, x) \\ \quad \Longleftrightarrow \\ \quad (\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x) \\ \qquad \wedge\ \neg(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), x))))\}.\end{array}$$

where $Y = \mathrm{fVars}(expr_1\text{->-}(expr_2))$.

symmetricDifference-expressions:

$$\begin{array}{l}\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_c}}(expr_1\text{->}\mathsf{symmetricDifference}(expr_2)) = \\ \{\forall(Y)\forall(x)(\\ \quad \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1\text{->}\mathsf{symmetric-} \\ \qquad \mathsf{Difference}(expr_2)), Y, x) \\ \quad \Longleftrightarrow \\ \quad (\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x) \\ \qquad \wedge\ \neg(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), x)) \\ \qquad \vee\ \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_2), \mathrm{fVars}(expr_2), x) \\ \qquad \wedge\ \neg(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(expr_1), \mathrm{fVars}(expr_1), x))))\}.\end{array}$$

where $Y = \mathrm{fVars}(expr_1\text{->}\mathsf{symmetricDifference}(expr_2))$.

collect-expressions (with body of type set):

$$\begin{array}{l}\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_c}}(src\text{->}\mathsf{collect}(x|body)\text{->}\mathsf{asSet}(), \vec{v}) = \\ \{\forall(Y)\forall(x)(\mathrm{App}([src\text{->}\mathsf{collect}(x|body)\text{->}\mathsf{asSet}()], Y, x) \\ \quad \Longleftrightarrow \\ \quad \exists(z)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), z) \\ \qquad \wedge\ \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(body[\mathsf{x} \mapsto z]), \mathrm{fVars}(body), x)))\}.\end{array}$$

where $Y = \mathrm{fVars}(src\text{->}\mathsf{collect}(x|body)\text{->}\mathsf{asSet}())$ and $z \notin Y$.

collect-expressions (with body of class or primitive type):

$$\begin{array}{l}\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_c}}(src\text{->}\mathsf{collect}(x|body)\text{->}\mathsf{asSet}()) = \\ \{\forall(Y)\forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{collect}(x|body)\text{->}\mathsf{asSet}()), Y, x) \\ \quad \Longleftrightarrow \\ \quad \exists(z)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), z) \\ \qquad \wedge\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(body[\mathsf{x} \mapsto z]) = x))\}.\end{array}$$

where $Y = \mathrm{fVars}(src\text{->}\mathsf{collect}(x|body)\text{->}\mathsf{asSet}())$ and $z \notin Y$.

2.3 The mapping $\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_o}}$

max-expressions:

$$\begin{array}{l}\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_o}}(src\text{->}\mathsf{max}()) = \\ \quad \{\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{max}()), \mathrm{fVars}(src)) = \mathrm{invalOf}(\mathsf{Integer}) \\ \qquad \Leftrightarrow \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src), \\ \quad \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{max}()), \mathrm{fVars}(src)) = \mathrm{nullOf}(\mathsf{Integer}) \\ \qquad \Leftrightarrow\ (\neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src)) \\ \qquad\quad \wedge\ \forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x) \\ \qquad\qquad \Rightarrow x = \mathrm{nullOf}(\mathsf{Integer}))), \\ \quad ((\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{max}()), \mathrm{fVars}(src)) \neq \mathrm{nullOf}(\mathsf{Integer}) \\ \qquad \wedge\ \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{max}()), \mathrm{fVars}(src)) \neq \mathrm{invalOf}(\mathsf{Integer}) \\ \qquad \Leftrightarrow\ (\neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src)) \\ \qquad\quad \wedge\ \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), \\ \qquad\qquad \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{max}()), \mathrm{fVars}(src))) \\ \qquad\quad \wedge\ \forall(y)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), y) \\ \qquad\qquad \Rightarrow \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{max}()), \mathrm{fVars}(src)) \geq y)))\}.\end{array}$$

min-expressions:

$$\begin{array}{l}\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_o}}(src\text{->}\mathsf{min}()) = \\ \quad \{\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{min}()), \mathrm{fVars}(src)) = \mathrm{invalOf}(\mathsf{Integer}) \\ \qquad \Leftrightarrow \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src), \\ \quad \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{min}()), \mathrm{fVars}(src)) = \mathrm{nullOf}(\mathsf{Integer})\end{array}$$

$$
\begin{array}{l}
\quad \Leftrightarrow\ (\neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src)) \\
\qquad \wedge\ \forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x) \\
\qquad\quad \Rightarrow x = \mathrm{nullOf}(\mathsf{Integer}))), \\
((\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{min}()), \mathrm{fVars}(src)) \neq \mathrm{nullOf}(\mathsf{Integer}) \\
\quad \wedge\ \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{min}()), \mathrm{fVars}(src)) \neq \mathrm{invalOf}(\mathsf{Integer})) \\
\quad \Leftrightarrow\ (\neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src)) \\
\qquad \wedge\ \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), \\
\qquad\quad \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{min}()), \mathrm{fVars}(src))) \\
\qquad \wedge\ \forall(y)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), y) \\
\qquad\quad \Rightarrow \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{min}()), \mathrm{fVars}(src)) \leq y)))\}.
\end{array}
$$

any-expressions:

$$
\begin{array}{l}
\mathrm{o2f}_{\mathrm{dfn\_o}}(src\text{->}\mathsf{any}(x_t|body)) = \\
\quad \{\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{any}(x|body)), Y) = \mathrm{invalOf}(t) \\
\qquad \Leftrightarrow \mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src), \\
\quad \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{any}(x|body)), \mathrm{fVars}(src)) = \mathrm{nullOf}(t) \\
\qquad \Leftrightarrow\ (\neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src)) \\
\qquad\quad \wedge\ \forall(x)(\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), x) \\
\qquad\qquad \Rightarrow \neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(body)))), \\
\quad ((\mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{any}(x|body)), Y) \neq \mathrm{nullOf}(t) \\
\qquad \wedge\ \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{any}(x|body)), Y) \neq \mathrm{invalOf}(t)) \\
\qquad \Leftrightarrow\ (\neg(\mathrm{o2f}_{\mathrm{inval}}(src)) \\
\qquad\quad \wedge\ \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src), \mathrm{fVars}(src), \\
\qquad\qquad \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{any}(x|body)), Y)) \\
\qquad\quad \wedge\ \mathrm{o2f}_{\mathrm{true}}(body[x \mapsto \\
\qquad\qquad \mathrm{App}(\mathrm{o2f}_{\mathrm{eval}}(src\text{->}\mathsf{any}(x|body)), Y)))))\}.
\end{array}
$$

where $Y = \mathrm{fVars}(src\text{->}\mathsf{any}(x|body))$.